



**Habilidad específica:** Describir relaciones entre dos o más eventos de acuerdo con sus puntos muestrales, utilizando para ello las operaciones: unión " $\cup$ ", intersección " $\cap$ " y "complemento" e interpretar el significado dentro de una situación o experimento aleatorio. Reconocer eventos mutuamente excluyentes en situaciones aleatorias particulares.

**Problema introductorio**

En un concurso de un programa familiar televisivo, se dispone de 14 teléfonos inteligentes "smartphones" para premiar a los concursantes. Los modelos, colores y cantidad se indican en la siguiente tabla:

Teléfono	Negro	Blanco	Plata
Modelo X	4	3	
Modelo Y	2		5

Los teléfonos están colocados aleatoriamente, tras catorce puertas, de forma que los concursantes no pueden saber qué teléfono está detrás de cada puerta.

Puerta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Teléfono	<i>XN</i>	<i>YP</i>	<i>YN</i>	<i>XN</i>	<i>XB</i>	<i>YP</i>	<i>YP</i>	<i>XN</i>	<i>YP</i>	<i>YN</i>	<i>XN</i>	<i>XB</i>	<i>YP</i>	<i>XB</i>

El concurso consiste en que el participante elige una puerta entre 1 y 14, dice un modelo y color, si acierta entonces gana sino queda descalificado.

Este concurso lo podemos considerar como un experimento aleatorio. Cada resultado es el teléfono elegido. Determine:

- 1) El espacio muestral.
- 2) El suceso "selecciona un teléfono modelo X color blanco".
- 3) El suceso "selecciona un teléfono modelo Y".
- 4) El suceso "selecciona un teléfono color negro".
- 5) El suceso "selecciona un teléfono modelo Y o un teléfono color plata".
- 6) El suceso "selecciona un teléfono modelo X y un teléfono color negro".
- 7) El suceso "no selecciona un teléfono color blanco".



## **Aleatoriedad y determinismo**

La aleatoriedad consiste en aquel suceso en el que no sabemos con certeza lo que va a ocurrir. En nuestro entorno, existen miles de situaciones que se rigen bajo la aleatoriedad y es gracias a la probabilidad que se puede medir mientras que el determinismo son aquellos sucesos en donde con certeza sabemos lo que va a ocurrir.

## **Eventos y espacio muestral**

Un evento o suceso es cualquier conjunto de resultados o consecuencias de un experimento o procedimiento aleatorio. Los eventos pueden ser simples o compuestos. Un evento simple es aquel que está formado por un solo suceso mientras que un evento compuesto es aquel que está formado por la combinación de dos o más eventos simples.

El espacio muestral es el conjunto de todos los eventos simples posibles sobre un experimento. A cada uno de los elementos del espacio muestral se le llama punto muestral.

Al considerar los eventos aleatorios como subconjuntos de un conjunto  $\Omega$  (espacio muestral), es posible definir, por medio de la teoría de conjuntos, las operaciones con eventos de modo que se forman nuevos eventos al unir, interceptar o determinar el complemento de un evento, a semejanza con las conocidas operaciones de conjuntos, como lo son la unión, intersección y complemento.

## **Unión de eventos**

Es el evento que contiene a todos los puntos muestrales que contiene a  $A$  y que contiene a  $B$  o que contiene a ambos. Uno u otro.

La unión de sucesos  $A$  y  $B$  se denota por  $(A \text{ o } B)$  o  $(A \cup B)$ .

En otras palabras, la unión de dos o más sucesos será otro suceso formado por todos los elementos de los sucesos que se unen.

Se pueden definir las fórmulas  $(A \cup B) = (A) + (B)$  cuando los eventos  $A$  y  $B$  no son mutuamente excluyentes y  $(A \cup B) = (A) + (B) - (A \cap B)$  cuando los eventos  $A$  y  $B$  son mutuamente excluyentes.

## **Intersección de eventos**

Es el evento que contiene todos los puntos muestrales que contiene a  $A$  o que contiene a  $B$ , es decir, que contiene a ambos. Uno y otro.

La intersección de sucesos  $A$  y  $B$  se denota por  $(A \text{ y } B)$  o  $(A \cap B)$ .

En otras palabras, la intersección de sucesos, es aquel suceso compuesto por los elementos comunes de dos o más sucesos que se interceptan.

## **Complemento de un evento**

Es el evento que contiene todos los puntos muestrales que no contiene  $A$  y recíprocamente, es decir, un punto muestral pertenece a  $A$  o a su complemento, pero no a ambos. También es conocido como evento CONTRARIO.

El Complemento del suceso  $A$  se denota por  $A^c$ .

En otras palabras, los sucesos complementarios son aquellos que si no se da uno, obligatoriamente se tiene que dar el otro.

Tomo en cuenta que son eventos que si los agrupamos o unimos, formamos el espacio muestral completo  $\Omega$ , que para efectos lo llamaremos universo  $u$ , por lo que  $A^c = u - A$ . El suceso contrario de  $u$  es  $\emptyset$  y recíprocamente.

Se realiza una rifa, para ello se tiene una tómbola con esferas enumeradas del 1 al 10. Todas las esferas son exactamente iguales con excepción de su numeración. Se extraerá una bola de la tómbola. Se definen los siguientes eventos:

- Evento A: la esfera que sale tiene un número impar.
- Evento B: La esfera tiene un número múltiplo de 3.

Determine:

- A) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $A \cup B$ ?
- B) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $A \cap B$ ?

En una bolsa negra se tienen 20 bolas enumeradas del 1 al 20, ellas se distinguen únicamente por el número, es decir, tienen el mismo color, tamaño y peso. Una de las bolas se extrae en forma aleatoria y se devuelve a la bolsa.

Se definen los siguientes eventos:

- Evento A: La bola tiene un número mayor o igual a 13.
- Evento B: la bola tiene un número primo.
- Evento C: La bola es múltiplo de 4.

Determine:

- A) El evento A se puede expresar como el conjunto:
- B) La veracidad de que el evento  $A \cup B$  tiene 13 puntos muestrales.
- C) La veracidad de que el evento  $A \cap C$  tiene 2 puntos muestrales.
- D) La veracidad de que el complemento de A, con respecto al espacio muestral, tiene 8 puntos muestrales.
- E) La veracidad de que los eventos B y C son eventos mutuamente excluyentes.
- F) El complemento de B, con respecto al espacio muestral; corresponde a:
- G) La veracidad de que los eventos A y B son eventos mutuamente excluyentes.
- H) La veracidad de que los eventos A y C son eventos mutuamente excluyentes.
- I) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $(A \cap C) \cap B$ ?
- J) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $(A \cup B) \cap C$ ?
- K) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $[(A \cup C) \cap B]^c$ ?



Se tienen dos dados idénticos, en cada lado, cada una de las caras tiene un número diferentes del 1 al 6. Ambos dados se tirarán simultáneamente. Son dados legales, es decir, cada cara tiene la misma probabilidad de quedar en la parte superior.

Se definen los siguientes eventos:

- Evento A: La suma de los números de las caras superiores de los dados es par.
- Evento B: La suma de los números de las caras superiores de los dados es igual a 3.
- Evento C: La suma de los números de las caras superiores de los dados es mayor o igual que 7.

Determine:

- A) La veracidad de que el evento  $A \cap B$  no tienen puntos muestrales.
- B) La veracidad de que el evento  $B \cap C$  tiene 3 puntos muestrales.
- C) La veracidad de que los eventos A y C son mutuamente excluyentes.
- D) La veracidad de que los eventos B y C son mutuamente excluyentes.
- E) La veracidad de que el evento A tiene 18 puntos muestrales.
- F) La veracidad de que el evento B tiene 1 punto muestral.
- G) ¿Cuántos puntos muestrales tiene  $A \cup C$ ?

En una bolsa negra se tienen bolas de color negro y blanco; y se sacarán tres bolas sucesivamente. Cada bola en la bolsa tiene el mismo tamaño y peso.

Se definen los siguientes eventos:

- Evento A: La primera bola debe de ser blanca.
- Evento B: La segunda y tercer bola deben de ser negras.
- Evento C: Debe sacarse al menos una bola blanca.

Determine:

- A) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento A?
- B) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento B?
- C) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento C?
- D) La veracidad de que el evento A y B son mutuamente excluyentes.
- E) La veracidad de que el evento  $B \cup C$  tiene un total de 8 puntos muestrales.

La siguiente tabla muestran datos de las personas que participaron en un torneo gamer, según su edad, género y consola en la que se inscribieron:

Edad	Consola		Género		Total
	PS	X Box	Hombre	Mujer	
De 14 a 17	10	5	9	6	15
De 18 a 21	12	13	21	4	25
De 22 a 25	8	9	10	7	17
<b>Total</b>	<b>30</b>	<b>27</b>	<b>40</b>	<b>17</b>	<b>57</b>

Se definen los siguientes eventos:

- Evento A: Que sea una mujer.
- Evento B: Que tenga de 14 a 17 años.
- Evento C: Que se inscribiera en la consola PS.
- Evento D: Que sea hombre.

Determine:

- ¿Cuántos puntos muestrales tiene el grupo A?
- ¿Cuántos puntos muestrales tiene el grupo B?
- ¿Cuántos puntos muestrales tiene el grupo C?
- ¿Cuántos puntos muestrales tiene el grupo D?
- La veracidad de que los eventos B y C son mutuamente excluyentes.
- La veracidad de que los eventos A y D son mutuamente excluyentes.
- La veracidad de que el evento  $A \cap B$  tiene 6 puntos muestrales.
- La veracidad de que el evento  $A \cap D$  no tiene puntos muestrales.
- La veracidad de que el evento  $A^c$  tiene 17 puntos muestrales.
- La veracidad de que  $A^c = D$ .
- La veracidad de que en el evento B, al menos una mujer eligió la consola PS.
- La veracidad de que en el evento  $A \cup B$  hay 15 puntos muestrales.



Se tienen dos dados y en cada una de las caras cada dado tiene un número diferente del 1 al 6. Son dados legales.

Se definen los siguientes eventos:

- Evento A: La suma de los números de las caras superiores de los dados es igual que 6.
- Evento B: La suma de los números de las caras superiores de los dados deben ser pares.
- Evento C: La suma de los números de las caras superiores de los dados es menor que 5.

Determine:

- A) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $A \cap B$ ?
- B) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $B \cap C$ ?
- C) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $A \cup C$ ?
- D) La veracidad de que los eventos A y C son mutuamente excluyentes.
- E) La veracidad de que A y B son mutuamente excluyentes.
- F) La veracidad de que el complemento de B, con respecto al espacio muestral, tiene un total de 9 puntos muestrales.
- G) La veracidad de que el complemento de A, con respecto al espacio muestral, tiene un total de 20 puntos muestrales.
- H) La veracidad de que el evento  $A^c \cap C$  tiene en total 20 puntos muestrales.
- I) La veracidad de que el complemento de C, con respecto al espacio muestral tiene un total de 30 puntos muestrales.



En una bolsa hay esferas de color verde, amarillo y azul; las esferas tienen el mismo tamaño y peso, y hay 10 esferas de cada color, se sacarán tres esferas sucesiva y aleatoriamente. Si un evento consiste en sacar, al menos, dos bolas verdes, entonces, ¿cuántos puntos muestrales tiene dicho evento?

Si un espacio muestral tiene 10 puntos muestrales y un evento, para dicho espacio muestral, tiene 4 puntos muestrales, entonces, ¿cuántos puntos muestrales tiene el complemento del evento, con respecto al espacio muestral?

Se tienen dos dados, uno azul y otro blanco y en cada dado, cada una de las caras con un número diferente del 1 al 6. Al lanzar estos dados, cada cara tiene la misma probabilidad de quedar en la parte superior.

Se definen los siguientes eventos:

- Evento A: La suma de los números de las caras superiores de los dados es par.
- Evento B: La suma de los números de las caras superiores de los dados es cinco.
- Evento C: La suma de los números de las caras superiores de los dados es impar.

Determine:

- A) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $A \cup B$ ?
- B) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $B \cap C$ ?

Se tiene un dado de seis caras, cada una de ellas con un número diferente del 1 al 6. Al lanzar este dado, cada cara tiene la misma probabilidad de quedar en la parte superior.

Se definen los siguientes eventos:

- Evento A: La cara superior muestra un divisor de 24.
- Evento B: La cara superior muestra un número impar.
- Evento C: La cara superior muestra un número mayor que 4.

Determine:

- A) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $A \cup C$ ?
- B) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $A \cap B$ ?
- C) La veracidad de que  $A$  y  $B$  son eventos mutuamente excluyentes.
- D) La veracidad de que el complemento de B, con respecto al espacio muestral, corresponde a  $B^c = \{2, 4, 6\}$ .

Una baraja está compuesta por cuatro grupos de 15 cartas cada uno: uno azul, uno rojo, uno amarillo y el otro verde. En cada grupo, cada carta posee un número diferente del 1 al 15. Al seleccionar una carta de la baraja, cada una tiene la misma probabilidad de salir.

Se definen los siguientes eventos:

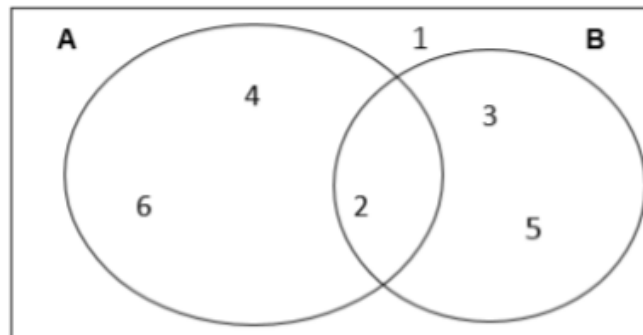
- Evento A: Obtener una carta de color azul.
- Evento B: Obtener una carta que tenga un número impar.
- Evento C: Obtener una carta con un número divisible por 5.
- Evento D: Obtener una carta con un número mayor que 10.

Determine:

- A) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $A \cap D$ ?
- B) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $B \cup C$ ?
- C) La veracidad de que los eventos  $B$  y  $D$  son mutuamente excluyentes.
- D) La veracidad de que el complemento de  $A$ , con respecto al espacio muestral, tienen 45 puntos muestrales.

Considere el experimento “Lanzar un dado de seis caras” y sean los siguientes eventos:

- A: Sale un número par.
- B: Sale un número primo.



Determine:

- A)  $A \cup B$ .
- B)  $A \cap B$ .

Se tiene un cubo cuyas caras están pintadas, cada una con un color diferente: tres de las caras con colores primarios (azul, rojo y amarillo) y las otras tres con colores secundarios (verde, morado y anaranjado). Al lanzar el cubo, cada cara tiene la misma probabilidad de quedar en la parte superior.

Para el experimento de lanzar el cubo una vez, se definen los siguientes eventos:

- Evento A: La cara superior muestra un color primario o morado.
- Evento B: La cara superior muestra un color secundario o azul.
- Evento C: La cara superior muestra un color azul, anaranjado o rojo.

Determine:

- A) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $A \cap C$ ?
- B) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento  $B \cup C$ ?
- C) La veracidad de que B y C son eventos mutuamente excluyentes.
- D) La veracidad de que el complemento de A, con respecto al espacio muestral, es  $A^c = \{verde, anaranjado\}$ .

En una caja hay 3 bolas, cada una de ellas con un número diferente del 1 al 3. Las bolas se diferencian unas de las otras únicamente por su número. Un experimento consiste en extraer dos bolas y formar con ellas un número de dos cifras, de la siguiente manera: se extrae al azar la primera bola y su numeración corresponderá a las unidades del número y luego se deposita la bola en la caja; luego se extrae al azar la segunda bola y su numeración corresponderá a las decenas del número.

Se definen los siguientes eventos:

- Evento A: El número que se forma es par.
- Evento B: El número que se forma es impar.
- Evento C: El número que se forma es primo.
- Evento D: El número que se forma es múltiplo de tres.
- Evento E: El número que se forma es múltiplo de once.

Determine:

- A) La veracidad de que los eventos C y D son mutuamente excluyentes.
- B) La veracidad de que el complemento de D, con respecto al espacio muestral, es  $D^c = \{13, 23, 31, 32\}$ .
- C) ¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento A?
- D) La veracidad de que  $B \cap E = E$ .
- E) La veracidad de que  $A \cap B = \emptyset$ .